

University of Pennsylvania  
Economics Department

Primera versión: Diciembre 1999  
Ésta versión: Enero 2002

## Desigualdad, ¿Que sabemos?

Preparado para el XXIV Simposio de Análisis Económico

José-Víctor Ríos-Rull

University of Pennsylvania, CEPR, NBER, CAERP

a Gonzalo Mato

\* Gracias a *Investigaciones Económicas* y, en particular, a Jorge Padilla por la oportunidad de presentar éstas ideas en el marco del XXIV Simposio de Análisis Económico. Gracias también a Javier Díaz Giménez y John Knowles por sus comentarios.

## RESUMEN

En este artículo repaso el estado actual de nuestros conocimientos de que factores justifican la desigualdad en renta y riqueza entre las familias. En particular, reivindico la suficiencia de los shocks a la renta como mecanismo generador de diferencias entre la riqueza de los hogares.

## ABSTRACT

In this article I review the current state of our knowledge of what factors account for labor income and wealth inequality among households. In particular, I stress that shocks to labor incomes suffice to generate observable differences between the wealth of the households.

Quiero empezar diciendo que es un honor para mí estar aquí hoy dando la lección invitada de *Investigaciones Económicas* en el XXIV Simposio de Análisis Económico. Lo es, no sólo porque *Investigaciones Económicas* es una gran revista, sino por dos razones personales. Una que fue en esta revista donde publiqué mi primer artículo hace ya quince años; la otra porque lo hice con un gran amigo y compañero, Gonzalo Mato, que ya no está con nosotros.

## 1 Introducción

Todos hemos sufrido alguna vez el topicazo ese de que la estadística es la ciencia que dice que cuanto tu te comes un pollo y yo paso hambre nos hemos comido medio pollo cada uno. Ciertamente la estadística no es eso, pero el dicho señala un objeto de interés: que unos tienen más que otros. El objetivo de este artículo es describir los avances de los economistas en entender porque unos hogares tienen más que otros. Más precisamente, mi propósito es evaluar lo que sabemos sobre los factores que determinan la desigualdad que observamos entre las gentes e indicar cuales son las nuevas lineas de investigación destinadas a entender mejor los factores asociados a la desigualdad.

Las personas son desiguales de acuerdo a innumerables criterios. El tipo de desigualdad que fundamentalmente nos interesa aquí es la desigualdad con respecto a la riqueza. La riqueza de las gentes es fruto de la acumulación pasada de alguna clase de rentas, principalmente la renta del trabajo<sup>1</sup> y por ello la desigualdad en renta es el componente fundamental para entender la forma en la que esta distribuida la riqueza.

En estas páginas, utilizo la noción de saber en un sentido muy preciso. Lo que sabemos es porque hemos construido modelos explícitos con agentes que maximizan (racionales) y cuyas acciones son compatibles entre si (equilibrio). Es en el contexto de esos modelos donde podemos contestar preguntas cuantitativas sobre cuales son los factores determinantes de la

desigualdad. Estos modelos los queremos, no sólo para satisfacer nuestra curiosidad, sino que son el único mecanismo que tenemos para poder entender como puede variar la desigualdad en respuesta tanto a cambios en el entorno económico como a cambios en las diferentes políticas.

El deseo de redistribuir más o menos es una de los atributos principales de las convicciones políticas que están basadas, no sólo en nuestra tolerancia individual sobre la desigualdad, sino también en nuestras ideas implícitas o explícitas de que es una buena teoría de la desigualdad.<sup>2</sup> Uno de los objetivos de este artículo es entonces contribuir a cimentar las opiniones políticas en el entendimiento de los determinantes de la desigualdad.

La redistribución explícita o implícita es una de las principales actividades del sector público. Sin embargo, los análisis que se hacen sobre los efectos de éstas políticas solo se fijan en los efectos directos, quien da y quien recibe y no en los efectos indirectos que son tal vez los más importantes. Estos efectos indirectos nacen de la conducta de las personas que responden a los incentivos creados por esas políticas. Parte de los objetivos de este artículo es desarrollar los modelos apropiados para evaluar las políticas redistributivas, que deben estar basados en una teoría cuantitativamente plausible de porque las gentes difieren.

La desigualdad entre los hogares la estudiaremos en dos partes. Empezaremos a mirar la desigualdad de riqueza y como entenderla a partir de la desigualdad de la renta (y para ello seremos bastante poco exigentes sobre que es lo que le pedimos a la teoría que nos diga sobre la desigualdad de la renta). Repasaremos los modelos básicos que están construidos sobre la base de modelos de crecimiento neoclásico y se diferencian en el horizonte temporal de los agentes que los pueblan. Argumentaremos su incapacidad para proveer una buena teoría de la desigualdad.

A continuación describiremos con algún detalle el principal modelo con el que estudiamos la desigualdad que es el modelo de crecimiento con shocks idiosincráticos a la renta laboral. Describiré los detalles técnicos de este modelo y los desarrollos teóricos que necesito. Después veremos como en su forma básica no produce una buena teoría de la desigualdad, ya que

predice que los hogares tienen una riqueza más pareja de la que tienen en realidad. A continuación pasaremos a describir algunas de las alternativas que se han propuesto. Cerraremos la discusión de la distribución de la riqueza argumentando que una versión alternativa de este modelo sí que es capaz de dar cuenta de las propiedades observadas de la desigualdad.

Luego pasaré a comentar parte de el trabajo que se hace sobre los determinantes de la distribución de la renta, que es la otra cara del problema de la desigualdad.

El plan del artículo es el siguiente. En la sección 2 voy a discutir someramente las principales preguntas y como se pueden contestar. En la sección 3 voy a documentar, desafortunadamente sólo con datos de EE.UU., las propiedades de la desigualdad de renta y riqueza.<sup>3</sup> La sección 4 discutirá lo que tienen que decir los modelos macroeconómicos estándar. La sección 5 describirá el modelo básico para este tipo de cuestiones que es el modelo con shocks idiosincráticos a la renta laboral que no se pueden asegurar. La sección 6 describe los desarrollos técnicos necesarios para usar este tipo de modelos. Las implicaciones cuantitativas del modelo con shocks idiosincráticos a la renta laboral calibrado de forma estándar están descritas en la sección 7. En la sección 8 describo las teorías alternativas que se han desarrollado para resolver el problema creado por el fracaso del modelo con shocks a la renta y calibración estándar. La sección 9 describe como una calibración alternativa del modelo con shocks idiosincráticos sí que da cuenta de la distribución de la riqueza observada. En la sección 10 describimos algunas cuestiones que se han atacado con modelos del tipo que hemos visto que incluyen explícitamente una distribución endógena de la riqueza. La sección 11 da un breve repaso a algunas cosas que sabemos de la otra cara de la desigualdad, la de la renta y concluye con algunas opiniones sobre la posible evolución de la investigación en el futuro inmediato.

## **2 Principales preguntas y tipo de respuestas que buscamos**

La principal pregunta que nos hacemos cuando miramos la desigualdad es ¿Porque hay personas que ganan, o tienen, más que otras? Lo primero que hay que notar es que las

dos variables son muy diferentes tanto conceptual como fácticamente. Lo que la gente gana es fundamentalmente fruto de las rentas del trabajo, las rentas del capital dependen fundamentalmente de la riqueza y no requieren un estudio aparte.<sup>4</sup> La renta laboral es un flujo, típicamente referido a un año lo que evita problemas de estacionalidad, y que en una gran medida se determina dentro del período al que se refiere. La riqueza es un stock, presumiblemente fruto de decisiones de trabajo y de ahorro pasadas. Ésta distinción no sólo es académica sino que la distribución de las dos variables es muy distinta. Los que tienen mucha (poca) renta laboral no son necesariamente los que tienen mucha (poca) riqueza.

Contestar a la pregunta que he postulado supone construir una teoría de la desigualdad, y con ello quiero decir específicamente

- Identificar un factor o una colección de factores que entran explícitamente en un modelo y que generan diferencias en la renta y/o riqueza de los agentes que pueblan ese modelo.
- Estos factores deben ser susceptibles de medición cuantitativa. En este caso, los modelos que usemos deberán permitirnos medir la contribución de esos factores a la desigualdad. Queremos identificar los factores más importantes.
- En algunas ocasiones podemos usar evidencia indirecta para medir ciertas variables que no son directamente observables pero que consideramos importantes.

Llegados a este punto tengo que ser más explícito y contestar ¿que es un modelo?

- Un modelo es un mundo artificial con entidades que llamamos agentes que tienen una función objetivo (que maximizan) dadas unas restricciones sobre sus posibles acciones y dado un conocimiento del mundo en el que viven.
- Los agentes son racionales. Eso quiere decir que lo hacen lo mejor posible y que no están equivocados sobre el mundo en el que viven.
- El modelo tiene que estar en equilibrio lo que simplemente quiere decir que las acciones de distintos agentes tienen que ser compatibles entre si.

- Tenemos que saber lo que predice el modelo, esto es, tenemos que ser capaces de computar el equilibrio y los estadísticos que lo describen.
- En este artículo identificaremos a los agentes de nuestros modelos con las hogares y compararemos la desigualdad (y otros estadísticos) del modelo y de los datos.

Buscamos una teoría de la desigualdad que satisfaga las condiciones que hemos listado. Pero antes de buscar esa teoría, nos pasaremos un rato mirando los datos.

### 3 ¿Cuanta desigualdad hay?

Antes de describir que clase de teorías podemos usar para describir la desigualdad existente en renta y riqueza, debemos describir que es lo que hay que entender, cuanta desigualdad existe. No estoy al tanto de que existan datos fiables sobre España de distribución de la renta y riqueza. Medir la renta y la riqueza de los hogares que más ganan o tienen es muy difícil y requiere esfuerzos concretos para medirlos. En EE.UU. el Federal Reserve Board (que es el nombre que recibe la oficina principal del banco central estadounidense) ha hecho un gran esfuerzo para obviar esos obstáculos y ha hecho varias encuestas con especial énfasis en los más ricos para medir la renta y riqueza. Esa encuesta se llama el Survey of Consumer Finances. Los datos correspondientes a 1992 están disponibles una vez que se concluyó el arduo proceso de construcción de las ponderaciones necesarias para hacer a la encuesta representativa. Hay muchas formas de medir la desigualdad, ninguna totalmente satisfactoria. En este artículo usaré mucho el índice de Gini que varía entre 0 (toda la población tiene el mismo valor de la variable) y 1 (el valor de la variable es cero para toda la población menos para un elemento que lo tiene todo). Este estadístico es uno de los muchos estadísticos que podemos usar y da una visión muy parcial de la desigualdad, lo cual no debe sorprendernos porque estamos resumiendo muchísima información en un solo número. Otra forma de describir la desigualdad sin resumir tan drásticamente la información es por medio de la curva de Lorenz. En ella se ordena los hogares de menos a más con respecto a la variable de interés y dibujamos cual es la fracción de toda la variable que tiene cada

proporción de la población. Como la población esta ordenada de menos a mas esta curva está siempre por debajo de la diagonal y pasa por los puntos (0,0) y (1,1). Cuanto más cerca de la diagonal está, más igualmente distribuida esta la variable. Cuanto más cerca del punto (1,0) más desigual será la distribución de la variable.<sup>5</sup>

La Tabla 1 tiene los principales puntos de la curva de Lorenz de la renta laboral y de la riqueza, mientras que la Figura 1 las dibuja. Como se ve claramente la curva de Lorenz de la riqueza esta más alejada de la diagonal que la de la rentas del trabajo: la riqueza está bastante más concentrada que la renta. Hasta tal punto que el 1% más rico es dueño del 30% de la riqueza privada total, mientras que el 1% que m  
'as gana, gana el 15% de la renta laboral total. Nótese que las dos curvas de Lorenz no tienen a los mismos hogares en los mismos grupos. Cada curva ha sido trazada ordenando los hogares de acuerdo al valor de cada variable y ese orden no es el mismo para las dos variables.

El valor del índice de Gini para las rentas laborales de los hogares<sup>6</sup> es de .63, mientras que el de la riqueza es de .78. No es mi intención evaluar si estos valore son demasiado grandes (o demasiado pequeños), pero si resaltar que la riqueza está más concentrada que la renta laboral.

Es importante señalar que hay otras características de las hogares que están muy relacionadas con la renta y la riqueza. Por ejemplo, la edad del cabeza de familia nos dice mucho de como va a ser el hogar en términos de renta y riqueza. La Tabla 2 describe la renta laboral y la riqueza para grupo de edad del cabeza de familia.<sup>7</sup> Incluye el valor medio de estas dos variables dentro de cada grupo de edad y también el índice de Gini. Aquí hay que notar varias cosas. En primer lugar que la edad importa. Véase como la relación de las dos variables con la edad es de una U invertida. La renta es máxima justo antes de los cincuenta mientras que la riqueza es máxima justo antes de los sesenta. Para muchas cuestiones ésta relación con la edad es muy importante y la edad de los cabezas de familia



debe tenerse en cuenta cuando se miran cuestiones de desigualdad. En segundo lugar que la desigualdad dentro de cada grupo de edad es tan grande como en la sociedad como un todo. Los índices de Gini de la renta laboral están alrededor de .5 (.6 globalmente) mientras que los de la riqueza son siempre superiores a .7 (.78 globalmente). Esto quiere decir que la edad siendo importante no es el principal factor diferenciador de la renta y la riqueza de los hogares, hay otros factores en juego que queremos desentrañar. En Díaz-Gimenez, Quadrini, y Ríos-Rull (1997) hay una descripción detallada de la distribución de la renta y la riqueza y de otras variables relacionadas con ella.

Para terminar ésta brevísima descripción de los datos resaltemos las propiedades de la movilidad. La Tabla 3 describe la fracción de los hogares en cada quintil en 1984 que cinco años después permanecían en el mismo quintil. Obviamente, cuanto mas alto sea el valor menos movilidad hay. Dos propiedades a resaltar son que hay bastante movilidad, especialmente en los grupos intermedios tanto de renta laboral como de riqueza y que los grupos menos móviles son el primer quintil de las rentas laborales (que incluye a los jubilados y por tanto su baja movilidad no nos debería sorprender), y los más ricos.

## **4 La teoría de la desigualdad de los modelos estándar**

En ésta sección repasáramos varias teorías de la desigualdad basadas en los modelos estándar que se usan en Macroeconomía, el modelo de crecimiento neoclásico (sección 4.1) y el modelo de generaciones solapadas (sección 4.2).

### **4.1 El modelo de crecimiento neoclásico y la desigualdad**

El modelo principal en macroeconomía es el modelo de crecimiento neoclásico. Por ello debemos empezar revisando lo que tiene que decir sobre desigualdad.<sup>8</sup> En este modelo hay muchos agentes con horizonte infinito cuyas preferencias son la suma descontada (a tasa  $\beta$ ) de funciones de utilidad cóncavas  $u$  cuyos argumentos son los consumos futuros.

Los agentes empiezan con una cierta dotación de bienes de capital  $a_0^i$  (posiblemente distinta para los distintos agentes) y tienen una cierta dotación de unidades de eficiencia  $\epsilon^i$  (habilidad laboral) que transforman en trabajo y por las que se les paga un salario. Podemos escribir el problema del agente  $i$  como

$$\max_{c_t^i, a_{t+1}^i} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^i) \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad c_t^i + a_{t+1}^i = a_t^i(1 + r_t) + \epsilon^i w_t, \quad a_0^i \text{ dado.} \quad (2)$$

La suma del capital inicial de todos los agentes es el capital agregado de la economía,  $K_t = \sum_i a_t^i$  y la suma de las unidades de trabajo eficiente de todos los agentes es asimismo el trabajo agregado de toda la economía  $L_t = \sum_i \epsilon^i$ . El modelo se cierra con el requisito de que los precios de los factores ( $r_t$  el del capital y  $w_t$  el del trabajo) sean iguales a las productividades marginales de esos factores de acuerdo a una función de producción agregada  $F(K_t, L_t)$ . Formalmente,  $r_t = F_K(K_t, L_t) - \delta$ , y  $w_t = F_L(K_t, L_t)$ . Este modelo no tiene incertidumbre de ninguna clase. Para ver que restricciones impone este modelo, veamos la condición de primer orden de maximización de los agentes

$$u'(c_t^i) = \beta (1 + r_t) u'(c_{t+1}^i) \quad (3)$$

En estos modelos el estado estacionario se realiza cuando la tasa de descuento es la inversa del tipo de interés bruto,  $\beta = (1 + r_t)^{-1}$ . Esto se consigue cuando el capital agregado es tal que

$$\frac{1}{\beta} - 1 = F_K \left( \sum_i a^i, \sum_i \epsilon^i \right) - \delta \quad (4)$$

La ecuación (3) que sólo requiere que  $u'(c_t^i) = u'(c_{t+1}^i)$  para todo  $i$ , y por tanto que  $c_t^i = c_{t+1}^i$ , y ello es independiente del valor concreto de  $c_t^i$ . En palabras cualquier consumo constante es consistente con el estado estacionario. El modelo de crecimiento neoclásico con agentes heterogéneos no restringe para nada la posible distribución de la renta y la riqueza. Cualquiera

es posible. Es más no hay ninguna restricción a la relación entre la renta laboral y la riqueza. Otra forma de ver lo que dice es pensar que en este modelo las condiciones iniciales se auto-perpetúan. Dada una distribución de la riqueza, el paso del tiempo la mantiene esencialmente constante.<sup>9</sup>

Resumamos pues, el modelo de crecimiento neoclásico con agentes iguales en sus preferencias y desiguales en sus dotaciones no ofrece ninguna guía para estudiar la desigualdad. Por una parte no ofrece ninguna restricción a los datos y es por tanto compatible con cualquier observación, una propiedad indeseable en cualquier teoría (queremos que las teorías tengan predicciones precisas). Por otra parte el modelo predice que no hay movilidad ninguna lo que está en clara contradicción con los datos. Por tanto tenemos que mirar a otro lado para encontrar una teoría satisfactoria.

## 4.2 Modelos de generaciones solapadas y desigualdad

Como dije en la Sección 3 la renta y la riqueza están relacionadas con la edad de los cabezas de familia, pero que la desigualdad dentro de cada grupo de edad es también muy grande. No es este el lugar para entrar en los detalles técnicos de las propiedades de los modelos de generaciones solapadas. Baste con decir que en su forma básica generan un perfil de la riqueza con las propiedades siguientes: *i)* Todos los agentes de la misma edad tienen la misma riqueza, *ii)* la riqueza es máxima hacia los sesenta años, y *iii)* la riqueza máxima es menos de 10 veces la renta media de las gentes. Todas estas propiedades son diferentes de los datos donde no sólo hay grandes diferencias intrageneracionales sino que también hay una enorme concentración de la riqueza en pocos hogares.

Por ello los modelos que han usado diferencias en la edad de las gentes para estudiar la desigualdad han tenido que añadir otra variable para generar desigualdad adicional. El mejor trabajo en este sentido es el de Fullerton y Rogers (1993). Ellos construyen un modelo de generaciones solapadas donde los agentes de cada edad están divididos en 12 clases (que representan los deciles estando el primero y el último divididos en dos grupos de igual tamaño).

Agentes de distintos grupos tienen un perfil distinto de las rentas laborales. Además los agentes de cada uno de estos grupos hereda cantidades distintas y está obligado a transmitir como herencia una cantidad equivalente a la heredada. Estas restricciones hacen que la distribución de la renta en el modelo y en los datos se parezcan bastante pero en absoluto nos ayudan a entender el porque de la enorme concentración de la riqueza. Por tanto, el modelo de Fullerton y Rogers (1993), aunque se pueda usar para cierto tipo de cuestiones,<sup>10</sup> no es una buena guía para entender la desigualdad.

## 5 Una teoría basada en shocks a las oportunidades

Los modelos más en boga para entender las diferencias en la riqueza está basada en shocks a la renta que no se pueden asegurar. Estos modelos son descendientes de la noción de renta permanente que era como un caso extremo de los modelos que ahora se usan. El objetivo de ésta sección es desarrollar con suficiente detalle modelos con shocks y sin posibilidades de seguro. Estos modelos son complejos y requieren un poco de inversión matemática. Yo he intentado poner la mínima estructura que capacite al lector a usar modelos de este tipo. En estos modelos hay muchos agentes que difieren en la realización de los shocks: hay agentes con suerte que han tenido realizaciones por encima de la media lo que les ha hecho acumular activos para capear posibles épocas con shocks malos, y hay agentes con menos suerte que han usado sus activos en parte o todos para no sufrir una dolorosa reducción del consumo. En un período dado el estado de la economía es una distribución de agentes con respecto a la riqueza y a las oportunidades laborales o suerte. Modelos cuantitativos de este tipo fueron usados por vez primera por İmrohoroğlu (1989) para medir el coste de las fluctuaciones agregadas: la consideración explícita de la heterogeneidad no cambia los resultados de Lucas (1987). Ella descubrió que esto costes son ínfimos. Huggett (1993) pregunto si el tipo de interés puede ser mucho más bajo que la tasa de preferencia temporal, y encontró una respuesta afirmativa. Finalmente, Aiyagari (1994) indagó cual es el tamaño del ahorro por el motivo de precaución, y su conclusión es que este tipo de ahorro es cuantitativamente muy pequeño, 2 o 3 por ciento del PIB. La versión que describo en ésta sección sigue la estructura

general de Aiyagari (1994).

Para estudiar estos modelos, empezaré describiendo sus preferencias, dotaciones y tecnología, así como el problema al que se enfrenta un agente individual. Luego estudiaré como se agrega un número grande de agentes para describir de una forma parsimoniosa la economía y caracterizaré las condiciones que permiten decir que la economía está en un estado estacionario (que tiene las mismas propiedades en períodos diferentes).

### 5.1 El modelo con shocks a la renta: descripción y problema individual

Supongamos que hay un número muy grande de hogares a los que identificamos por su nombre  $i \in I$ . Estos hogares tienen preferencias como las descritas en (1) excepto que como hay incertidumbre, lo que maximizan es la esperanza matemática de la función de utilidad. Las dotaciones de unidades de eficiencia de los agentes que denotamos  $\epsilon^i$  son estocásticas y siguen un proceso de Markov que por simplicidad suponemos toma un número finito de valores  $\epsilon \in \mathcal{E} = \{\epsilon^1, \dots, \epsilon^J\}$ , y cuya matriz de transición denotamos  $\Gamma$ . Las realizaciones de este shock son independientes entre los distintos agentes.

Los agentes empiezan con una cierta riqueza inicial  $a_0^i$ . En lo que sigue suponemos que hay una tecnología que usa capital y unidades eficientes de trabajo para producir el bien final. Además, centraremos nuestra atención en los estados estacionarios, lo que supone que los precios de los factores son constantes. Dicho esto podemos escribir el problema de los agentes como

$$\max_{c_t^i, a_{t+1}^i} E \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^i) \mid \epsilon_0^i \right\} \quad (5)$$

$$\text{s.a.} \quad c_t^i + a_{t+1}^i = a_t^i (1 + r) + \epsilon_t^i w \quad (6)$$

Este problema es difícil de resolver de ésta forma, pero con ayuda de los ordenadores y

formulado en términos de funciones de valor es mucho más sencillo ya que explotamos la naturaleza recursiva del problema.<sup>11</sup> Las variables de estado individual son la riqueza  $a$  y la dotación de unidades de trabajo  $\epsilon$ . Nótese que indexamos las funciones de valor  $v$  con  $k$  el ratio capital trabajo que es el determinante de los precios de los factores y que denotamos las variables del período siguiente con primas. El problema recursivo del agente es

$$v(\epsilon, a; k) = \max_{c \geq 0, a' \in [\underline{a}, \bar{a}]} \left\{ u(c) + \beta \sum_{\epsilon'} \Gamma[\epsilon' | \epsilon] v(\epsilon', a'; k) \right\} \quad (7)$$

$$\text{s.a.} \quad c + a' = a[1 + r(k)] + w(k) \epsilon \quad (8)$$

Este problema tiene solución dada por una función  $a' = g(\epsilon, a; k)$  cuando el tipo de interés es suficientemente bajo,  $1 + r < \beta^{-1}$ .<sup>12</sup> La función  $g$  es no decreciente en su segundo argumento, esto es, para cada valor del shock tener más riqueza garantiza que no se ahorre menos. Además, la regla de decisión está acotada. Esto quiere decir que hay un intervalo  $A = \{a, \bar{a}\}$  tal que para todo  $\{\epsilon, a\} \in S = \mathcal{E} \times A$  tenemos que  $g(s, a) \in A$ . La razón para que exista el límite inferior puede ser o porque hemos impuesto arbitrariamente una cota inferior en los activos que es normalmente negativa, esto es un límite al crédito, lo que llamamos una *restricción crediticia*, o porque hemos impuesto una *restricción de solvencia*, esto es, requerimos que los hogares sean siempre capaces de pagar sus deudas. La restricción de solvencia impone una cota inferior a los activos igual al valor de una anualidad que paga toda la renta del hogar en el peor de los posibles estados,  $\underline{a} = \frac{s_1}{r}$ .<sup>13</sup>

## 5.2 Agregación y estado estacionario

Ahora tenemos que agregar todos los agentes e imponer las condiciones de equilibrio. Esto no es tarea baladí. Fijense que hasta ahora no he hablado del número de agentes que hay, sólo he dicho que hay muchos. El problema es cuantos. No podemos contentarnos con un número finito de agentes ya que como cada uno esta sujeto a shocks individuales si hubiese

un número finito de agentes tendríamos fluctuaciones agregadas ya que la ley de los grandes números no se cumple exactamente. Necesitamos que haya suficientes agentes para que las proporciones de agentes con cada realización del shock a la dotación de trabajo sean constantes, y esto requiere un número infinito de agentes. Fueron Aumann (1964) y Vind (1964) quienes empezaron a considerar economías con infinitos agentes. Por razones técnicas de teoría de la medida, es más sencillo contar con un continuo de agentes. Pero el continuo de agentes presentaba un problema adicional, no estaba claro que se cumpliera la ley de los grandes números (Judd (1985)). Este problema fue solucionado por Uhlig (1996) usando una noción de integral, la integral de Pettis, más cercana a la de Riemann que a la de Lebesgue que es la que presentaba problemas.

Con estos elementos en orden ya podemos construir los objetos necesarios para trabajar. Para describir la economía usaremos una medida, en concreto una probabilidad, que nos dice cuantos agentes hay para cada conjunto de características. Para ello necesitamos definir una familia de conjuntos sobre los que definiremos la medida. La familia de conjuntos que usamos debe ser un  $\sigma$ -álgebra. Esto es una familia de conjuntos que incluye los conjuntos totales y vacíos, los complementarios y la unión contable de sus miembros. La familias que usaremos es  $\mathcal{S}$ , el  $\sigma$ -álgebra generado por los intervalos abiertos en el conjunto  $S$ . Las medidas (probabilidades) están bien definidas sobre  $\mathcal{S}$ . El conjunto de medidas será  $X = \{x : \mathcal{S} \rightarrow [0, 1]\}$  tales que  $x(\emptyset) = 0$ ,  $x(S) = 1$  y  $x$  es contablemente aditiva, esto es, la medida de la unión de una secuencia de conjuntos disjuntos es la suma de las medidas de cada conjunto.

Fijense ahora que una medida  $x$  es suficiente para describir exhaustivamente el estado de la economía. Por ejemplo, el capital agregado de la economía es la riqueza total que es  $\int_S a \, dx$ , mientras que el trabajo agregado en unidades de eficiencia es  $\int_S \epsilon \, dx$ . Expresiones de este tipo nos dan toda la información de la economía que queramos, por ejemplo, el ahorro de los que tienen el peor shock a la renta es  $\int_S g(\epsilon, a) 1_{\epsilon=\epsilon^1} \, dx$ , donde  $1_{\epsilon=\epsilon^1}$  es la función indicador que es uno si la condición se cumple y cero en caso contrario. Otro ejemplo es la riqueza del uno por ciento mas rico que es igual a  $\int_S a 1_{a>\tilde{a}} \, dx$ , donde  $\tilde{a}$  satisface  $\int_S 1_{a>\tilde{a}} \, dx = .01$ . Otra

interpretación de  $x$  es la probabilidad que tiene un hogar de ser de distintos tipos.

Podemos construir, a partir de la regla de decisión individual  $g(\epsilon, a; k)$  y del proceso sobre los shocks  $\epsilon$ , un proceso Markoviano individual que denominamos  $Q(\epsilon, a, B; k)$  para todo  $B \in \mathcal{S}$ , que nos dice la probabilidad que tiene un hogar que tiene tipo  $\{\epsilon, a\}$  de tener tipo en  $B$  el período siguiente.<sup>14</sup> Este proceso lo construimos de forma sencilla. Sean  $B_\epsilon$  y  $B_a$  las proyecciones de  $B$  sobre su primer y su segundo componente respectivamente. Entonces

$$Q(\epsilon, a, B; k) = \sum_{\epsilon' \in B_\epsilon} \Gamma_{\epsilon, \epsilon'} 1_{g(\epsilon, a, B; k) \in B_a}. \quad (9)$$

Ahora ya tenemos los instrumentos necesarios para actualizar una economía donde la evolución del estado de los agentes viene dada por  $Q$ .<sup>15</sup> Si la medida que describe el estado de los agentes hoy es  $x$ , la medida de mañana es

$$x'(B) = \int_{\mathcal{S}} Q(\epsilon, a, B; k) dx \quad (10)$$

Un estado estacionario sería un punto fijo  $x^*(k)$  de la ecuación (10), esto es, una medida que se repite a si misma. Nótese como el punto fijo dependerá de la relación capital trabajo.

Estamos de suerte, hay teoremas que nos garantizan que esos puntos fijos existen y, además, que son únicos. La condición que hace falta es una condición sobre  $Q$  que me gusta llamar el sueño (y la pesadilla) americanos. Está condición requiere simplemente que no importa cuan pobre (rico) seas con probabilidad positiva eventualmente serás tan rico (pobre) como el que más. Esta condición no se puede imponer sobre  $Q$  ya que es un objeto endógeno pero si se pueden poner condiciones sobre  $\Gamma$  y sobre las preferencias que garantizan que  $Q$  satisfaga el sueño americano. Para esto basta con preferencias estándar y asegurarnos de que  $\Gamma$  también cumpla su versión de la condición del sueño americano, esto es, que no importa cuan malo (bueno) sea el shock, eventualmente se puede tener cualquier otro.<sup>16</sup> Bien, con esta condición tenemos dos propiedades importantes, una que existe un único punto fijo de la ecuación (10), y dos que ese punto fijo es el límite de sucesivas aplicaciones



de la ecuación (10) a partir de cualquier condición inicial  $x_0$ . Esta último es muy útil porque nos permite encontrar la distribución estacionaria a base de iteraciones en el ordenador.

Sólo falta una cosa para completar el arsenal metodológico necesario para usar este tipo de economías. Es garantizar la existencia de un estado estacionario. Esto es más que la existencia de un punto fijo de la ecuación (10), ya que requerimos que los precios sean correctos, esto es, buscamos, un ratio capital trabajo,  $k^*$ , que genere unos precios que induzcan que las decisiones de los agentes, cuando toman esos precios de factores como dados, den lugar precisamente a esa relación capital trabajo. Formalmente

$$k^* = \frac{\int_S g(\epsilon, a; k^*) dx^*(k^*)}{\int_S \epsilon dx^*(k^*)} \quad (11)$$

Para probar que ese capital trabajo existe se usa el teorema del valor medio. Fijense que el denominador de la ecuación (11) es constante para todo  $k$ . Cuando  $k$  es tal que su tipo de interés se aproxima a la inversa de la tasa de descuento, el ahorro de los agentes se hace arbitrariamente grande y el lado derecho de (11) es mayor que el izquierdo. Alternativamente, si  $k$  es muy grande el tipo de interés es pequeño y los agentes ahorran poco. Basta con probar que para algún  $k$  suficientemente grande el lado derecho de (11) es menor que el izquierdo. Para probar que existe un cero de (11) sólo hace falta probar que su lado derecho es una función continua de  $k$ . De nuevo estamos de suerte y podemos aplicar el Teorema 12-13 de Stokey y Lucas (1989) basado en Manuelli (1985), que garantiza dicha continuidad.

Antes de describir lo que ésta teoría predice haremos una pequeña parada para discutir los desarrollos teóricos que ha necesitado para ser operativa.

## 6 Desarrollos técnicos

Han sido necesarios numerosos desarrollos técnicos para poder usar la clase de modelos descritos en la sección anterior. Entre esos desarrollos técnicos aparte de los ya descritos

(ley de los grandes números, economías con continuos de agentes, programación dinámica), destacan la teoría recursiva del equilibrio y el desarrollo de los ordenadores. Estos mismos avances son los mismos que han beneficiado a toda la macroeconomía moderna.

La teoría recursiva del equilibrio se empieza a desarrollar plenamente en Prescott y Mehra (1980). Esa teoría se edifica a partir del Primer Teorema del Bienestar, que permite el cálculo del equilibrio a partir de la solución de un problema de maximización. Este problema, nos enseña la programación dinámica, es mucho más sencillo de resolver y de manejar en el espacio de funciones que en el espacio de secuencias. El trabajo de Prescott y Mehra (1980) nos indica cómo definir equilibrio directamente en el espacio de funciones, lo que permite pensar en la computación de equilibrios incluso en economías que no cumplen el Primer Teorema del Bienestar como son las que usamos en este artículo. La importancia de pensar de forma recursiva lleva más de diez años en el centro de la macroeconomía, piénsese en el título de Stokey y Lucas (1989) (*Recursive Methods in Economic Dynamics*) que es uno de los más, sino el más, importantes libros de Macroeconomía de los últimos años.

Es imposible resaltar la importancia de los ordenadores en los estudios de desigualdad y en toda la macroeconomía moderna. Desde los trabajos pioneros de Sonnenschein (1973), Debreu (1974), Mantel (1974), y Mas-Colell, McFadden, Mantel, y Richter (1974) sabemos que la teoría pura es insuficiente. Ellos demostraron que las propiedades de la demanda individual desaparecen al agregar agentes (excepto por la continuidad, la homogeneidad de grado cero y la ley de Walras). En otras palabras la teoría no restringe las funciones de exceso de demanda agregada. Una versión de ésta misma idea para los modelos de crecimiento es Boldrin y Montrucchio (1986). Pues bien dado que se pueden saber pocas cosas de economías en general, podemos querer saber muchas cosas de economías concretas. Esto es lo que el ordenador permite, calcular los equilibrios de economías convenientemente parametrizadas. Desde las economías sencillas calculadas en los primeros trabajos de ciclos reales, hemos avanzado mucho en la clase de economías que se pueden resolver, y esto se debe al abaratamiento de los ordenadores.<sup>17</sup>

## 7 Implicaciones cuantitativas de la teoría de la distribución de la riqueza basada en shocks a las oportunidades

Para poder estudiar las implicaciones cuantitativas de estos modelos, se hace necesario primero calibrarlos. La calibración consiste esencialmente de dos partes. Una que es estándar y relativamente irrelevante que determina los valores de las variables agregadas y de los que no me ocuparé por ser bien conocidos. La parte importante de la calibración es la selección del proceso que determina las rentas laborales. Es de este proceso de quien dependen fundamentalmente las predicciones de la teoría.

El trabajo original de Aiyagari (1994) se basa en estimaciones de Kydland (1984) que usó datos del Panel Study of Income Dynamics (PSID) y de Abowd y Card (1987) y Abowd y Card (1989) que usaron datos del PSID y del National Longitudinal Surveys (NLS).<sup>18</sup> De hecho, en lo que sigue no usamos los datos originales Aiyagari (1994) sino que tomamos los que usa Diaz, Pijoan-Mas, y Ríos-Rull (2000) que construye una versión muy simple que con sólo tres estados obtiene estadísticos de dispersión escogidos (tal como el índice de Gini) que son idénticos a los de los datos de la economía americana. Los posibles valores que toma el shock son  $\epsilon \in \{0.78, 1.00, 1.27\}$ . La matriz de transición usada es

$$\begin{bmatrix} 0.66 & 0.27 & 0.07 \\ 0.28 & 0.44 & 0.28 \\ 0.07 & 0.27 & 0.66 \end{bmatrix}$$

lo que da lugar a una distribución estacionaria que es  $\pi^* = \{0.337, 0.326, 0.337\}$ .<sup>19</sup>

La Figura 2 describe las curvas de Lorenz de la riqueza en EE.UU. y en la versión del modelo de Aiyagari (1994). Como vemos son muy distintas. El modelo de Aiyagari predice que la distribución de la riqueza es mucho más equitativa de lo que es realidad. Esto se ha tomado en la literatura como un fracaso (Quadrini y Ríos-Rull (1997)) y ha habido bastante trabajo dedicado a completar la teoría con otros elementos para poder dar cuenta de las diferencias entre los activos de los hogares.

Nótese que el proceso dentro de ésta estructura no hay forma de hacerse muy rico con rentas puras del trabajo ya que los más afortunados no son muy distintos de la media. Parte del problema, como alega Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (2000) es que las fuentes de datos que se han usado para estimar el proceso de rentas laborales omite a los que más ganan.<sup>20</sup> Nótese también que con este proceso, las rentas bajas no son muy graves: mucha gente las tiene y son más de la mitad de las altas.

## **8 Otras teorías de la desigualdad de la riqueza**

El fracaso de la versión básica del modelo de Aiyagari (1994) ha hecho que muchos estudiosos busquen otra teoría de la desigualdad que, si no sustituya, al menos complemente la teoría basada en shocks idiosincráticos. Las dividiremos en varios grupos, las que le echan la culpa al sistema impositivo (sección 8.1), las que piensan que las gentes difieran en sus preferencias, en particular, en la paciencia (sección 8.2) y las que dicen que hay que modelar otros aspectos de los hogares, como por ejemplo si trabajan por cuenta propia o ajena (sección 8.3).

### **8.1 El sistema impositivo genera desigualdad**

En este sentido, Hubbard, Skinner, y Zeldes (1995) dice que las políticas públicas que garantizan consumo mínimos explican porque hay tanta gente con poquísimos activos. Su trabajo no es un modelo de equilibrio, se limitan a señalar lo perverso que son los incentivos al ahorro para las personas de renta más baja. Con ello justifican porque hay tantos hogares con tan poca riqueza. Ellos no dicen nada de porque hay ricos y, lo más importante, no dicen nada de como entender simultáneamente a los ricos y a los pobres.

## 8.2 La cigarra y la hormiga

Krusell y Smith (1998) al estudiar el comportamiento cíclico de ésta clase de economías postulan shocks relativamente pequeños pero duraderos a las tasas de descuento de los hogares, lo que hace que los más pacientes y con mejor suerte en la renta laboral sean los que más ahorren y por tanto los más ricos. Con este mecanismo de diferencias en las preferencias que convierte a unos agentes, al menos temporalmente, en cigarras y a otros en hormigas, Krusell y Smith (1998) replican los índices de Gini observados. Diferencias en las preferencias se convierten así en una teoría alternativa de la distribución de la riqueza. El problema que tienen es que las diferencias en el tipo de descuento, en la paciencia, no se pueden medir directamente. Es por ello que las diferencias en paciencia se convierten en una teoría residual en el sentido de que esas diferencias, que no se pueden observar, son lo que tienen que ser para justificar la realidad.

## 8.3 Necesidad de modelar otros atributos de los hogares

En el apartado de teorías alternativas de la distribución de la riqueza, es importante resaltar el trabajo de Quadrini (1997) que demostró como la consideración explícita de actividades empresariales en presencia de mercados imperfectos de crédito puede incrementar la concentración de la riqueza hasta generar un índice de Gini de .74 donde el 1% más rico es dueño del 25% de la riqueza. Esto es importante y nos indica hacia donde debemos mirar: a una consideración más sofisticada del proceso que determina las rentas. Aunque el trabajo de Quadrini (1997) es un avance considerable a la hora de generar un modelo con una distribución de la riqueza más parecida a los datos, es importante hacer notar que aun se queda corto porque el trabajo ignora el sistema impositivo. El impuesto sobre la renta en EE.UU. es moderadamente progresivo lo que hace que los que mas ganan se enfrenten a una tasa de interés efectiva más baja que los que menos ganan.<sup>21</sup> Por tanto si un modelo hace abstracción de los impuestos progresivos generará mayores índices de desigualdad que otro que incluya la progresividad explícitamente.

Huggett (1996) combina los shocks idiosincráticos que no se pueden asegurar con el ciclo vital y es capaz de construir una economía que replica el índice de Gini de la riqueza de la economía americana. Desafortunadamente, lo hace de una forma que no es la que está en los datos. En su modelo, los agentes jóvenes se endeudan muchísimo (lo que tira del primer tramo de la curva de Lorenz hacia abajo), pero los más ricos no acumulan mucho. Esto quiere decir que aunque los índices de Gini del modelo y de los datos coincidan, las curvas de Lorenz en los que están basados son muy diferentes lo que hace que el ciclo vital en si mismo no sea el mejor mecanismo para entender la distribución de la riqueza. Una forma de describir el fracaso del ciclo vital es que en el horizonte de una vida no hay tiempo suficiente de gastarse las fortunas que se ven acumuladas en los datos, y que por tanto es importante darles a los agentes preocupaciones sobre el futuro remoto.

Tanto De Nardi (1999), Domeij y Klein (2000) como Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (2000) coinciden en que hay otros factores que es necesario modelar para entender la distribución de la riqueza. Estos factores son esencialmente la existencia de retiro y de seguridad social. Estos factores ponen una cota inferior al consumo de los jubilados y reduce la necesidad de ahorrar en gentes con rentas bajas. Esta propiedad ayuda a entender, no que los hogares más ricos sean tan ricos, pero si que haya tantos hogares (el 40%) con una riqueza prácticamente cero.

## **9 El modelo básico con mucha variabilidad en las rentas laborales**

Que el camino que señala Quadrini (1997) es interesante lo podemos notar con ayuda de la Figura 3 que nos enseña las curvas de Lorenz de las ganancias laborales tanto en la economía americana como en la versión de la economía de Aiyagari que hemos usado más arriba. Lo que ésta Figura nos dice es que el proceso de renta que usamos genera mucha menos desigualdad que la observada en renta. Que ese proceso que usamos implícitamente dice que hay diferencias en renta entre los hogares que son perpetuas y que por tanto no hay que modelar cuando pensamos en la riqueza como mecanismo asegurador. Esto es lo que hace

Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (1998a) y que genera unos índices de desigualdad muy bajos. Alternativamente, y esta es la interpretación propuesta en Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (2000) es que para poder dar cuenta de las diferencias en riqueza, hay que contar con un modelo que genere diferencias en las rentas laborales como las observadas. Este no es lugar de describir los detalles de Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (2000), pero baste decir que replica las curvas de Lorenz de renta laboral y riqueza en un modelo con agentes con preferencias idénticas y constante y donde se modela explícitamente el sistema impositivo americano. Storesletten, Telmer, y Yaron (1998) en un importante trabajo contestan las estimaciones estándar de volatilidad de las rentas laborales y alegan que son mucho más volátiles de lo previamente pensado.

Para ver esto de forma sencilla, Diaz, Pijoan-Mas, y Ríos-Rull (2000) usa una versión muy parsimoniosa de Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (2000) con un proceso de las rentas laborales que genera la curva de Lorenz de la Figura 4. Como vemos este proceso, con sólo tres valores posibles, genera una distribución de renta laboral muy similar a la de los datos, con mucha más desigualdad que la postulada en la versión estándar del modelo de Aiyagari (1994) que vimos en la Figura 3.

La pregunta es que hace este proceso a la distribución de la riqueza. La respuesta la podemos ver con ayuda de la Figura 5. Vemos que, a pesar de que los detalles no coinciden, las propiedades básicas de la desigualdad de la riqueza en este modelo son muy similares a las encontradas en la economía americana.

Concluyo con esto que shocks a la rentas laborales sí son capaces de dar cuenta de la desigualdad laboral y que por tanto, no hace falta recurrir a variables no observables para dar cuenta cuantitativamente de la distribución de la riqueza. Ello no quiere decir que piense que la gente no difiere en cuestiones como paciencia, sino que no hace falta imponer heterogeneidad sobre propiedades no observables para entender la distribución de la riqueza. El problema de las variables no observables es que pueden tomar cualquier valor, lo que reduce la disciplina y hace posible que obtengamos cualquier resultado.

## 10 ¿Para Que Se Han Usado Estos Modelos?

El uso de modelos con distribución endógena de la riqueza no está limitado a entender de donde viene la desigualdad. Al contrario, es el haberse hecho otras preguntas para cuya contestación es necesaria de forma implícita o explícita una teoría de la desigualdad lo que ha llevado a estudiarla. En esta sección hacemos una descripción muy breve de algunas de las preguntas que nos han llevado a preguntarnos de donde viene la desigualdad.

Krusell y Smith (1998) preguntaron si modelos que incluyen explícitamente multitud de agentes heterogéneos en renta y riqueza cambian nuestras mediciones del papel que los shocks a la productividad tienen en las fluctuaciones agregadas. Al hacer esto ampliaban la pregunta a un ámbito de heterogeneidad mayor que el que se había mirado anteriormente (Kydland (1984) para heterogeneidad en habilidades y Ríos-Rull (1996) para heterogeneidad en edad y consecuentemente, aunque de forma parcial, en riqueza). Lo que Krusell y Smith (1997) encontraron (al igual que los dos autores anteriores) es que esas consideraciones no cambian las propiedades cíclicas de las economías.

Krusell y Smith (1997) estudia el conocido “risk premium puzzle” y descubren que aunque el modelo replica alguna de las propiedades de los precios de los activos el puzzle también existe para este tipo de economías.

Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (1998a) pregunta si el comportamiento cíclico de la distribución de la renta se debe a fluctuaciones en el empleo y encontraron (la respuesta es que sí se debe).

Heathcote (1998) preguntó el grado de incumplimiento de la proposición Ricardiana cuando se tiene en cuenta la desigualdad en la riqueza y la posibilidad de que haya muchos hogares que quieren y no pueden pedir prestado. En ausencia de fricciones como las de mercados incompletos las proposiciones ricardianas dicen que el momento de la imposición es irrelevante, solo importa su valor presente descontado. La respuesta que encuentra Heathcote (1998) es que bastante, unos 10-12 céntimos por cada peseta que se reduzca de los impuestos



de hoy (teniendo incluso en cuenta que esto implica subidas impositivas futuras).

Erosa y Ventura (1999) han preguntado si la inflación es neutral con respecto a los distintos grupos de renta, y han encontrado que los costes de la inflación son más altos que lo que se pensaba anteriormente. También encontraron que esos costes son muy diferentes para ricos y para pobres (en perjuicio de estos últimos).

En Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (1998b), que es esencialmente una versión anterior de Castañeda, Díaz-Giménez, y Ríos-Rull (2000) se pregunta cuanto se concentraría la riqueza si se eliminase la progresividad impositiva en EE.UU. El trabajo encuentra que la concentración de la riqueza aumentaría dramáticamente.

Finalmente (aunque seguramente se me han quedado muchos en el tintero), Conesa y Krueger (2000) pregunta cual seria el grado de progresividad que un agente que aun no sabe su tipo preferiría en el estado estacionario (esto es una forma indirecta de hablar de bienestar), y encuentran que no muy lejos del de la economía americana.

## 11 ¿Que Justifica Las Diferencias En Renta?

En casi todo lo que hemos visto en este artículo, las diferencias de renta entre las gentes son exógenas y/o estocásticas. pero deberíamos preguntarnos si podemos decir algo más sobre cuales son los determinantes de estas diferencias de renta.

Hay dos componentes de esa pregunta. Lo primera es a que características de los miembros de los hogares se asocian las diferencias en las rentas laborales (por ejemplo, la educación, la experiencia, el tipo de empresa, la rama de actividad, el estado civil, la edad, el sexo,). La segunda es que determina los precios de esas características.

Hay muchísimo trabajo hecho por los economistas laborales tratando de ver como se forman los salarios, que no es este el lugar de discutir. Basteme con unas pequeñas notas guiadas más por el conocimiento personal que por el enciclopédico.

Con respecto al precio del trabajo con habilidades debido a la educación, (que subió relativamente al trabajo de aquellos con poca educación durante los ochenta en EE.UU. pero no tanto en Europa) hay una gran literatura. El consenso es que se debe a que el progreso técnico favorece más a aquellos con educación. Más aun, parece ser que este progreso técnico ha ocurrido a través del abaratamiento relativo de los bienes de equipo y el consiguiente aumento de su cantidad en un contexto en que el trabajo de los educados es complementario a los bienes de equipo mientras que el de los no educados es más bien sustitutivo (Krusell, Ohanian, Rios-Rull, y Violante (2000)). Con respecto a la caída del diferencial de salarios entre los sexos, parece que ha habido un aumento en el retorno de la experiencia de las mujeres.<sup>22</sup>

Pero, tal vez lo más interesante, a la hora de entender las diferencias en las rentas sean cuales son los determinantes de la adquisición de las características que en parte determinan la renta como la educación. A este respecto hay una cierta evidencia reciente de que lo importante ocurre pronto. Esto quiere decir que para cuando los jóvenes tienen 16 años es bastante fácil predecir como les va a ir en la vida. A este respecto, Keane y Wolpin (1997) han descompuesto la varianza de la utilidad total para una muestra representativa de jóvenes de 16 años entre una parte que ya les caracteriza, y otra parte que se debe a shocks que pasan más tarde en la vida de esos jóvenes. Ellos encuentran que el 90% de esa varianza se debe a diferencias entre los jóvenes que son discernibles tan pronto. Neal y Johnson (1996) han encontrado que los resultados de ciertos tests que se hacen durante la enseñanza media son la única variable que explica los diferenciales entre los salarios. McLanahan y Sandefur (1994) documentan diferencias importantes en la educación entre niños que crecen en hogares con un sólo adulto versus familias que tienen al padre y a la madre. A similares conclusiones han llegado Cañada-Vicinay y Ramirez-Medina (1999) con datos españoles, con las particularidades de que el padre solo lo hace peor que la madre sola y de que estos efectos son sobre la educación de los hijos, pero no sobre la renta ulterior condicionada en la educación. En general, vemos que el tipo de familia está asociada a importantes especificidades desde el punto de vista de la renta y de la riqueza como atestigua la Tabla 4.

A mi parecer el significado de toda ésta evidencia es señalar que si queremos entender los determinantes de la educación, y con ello de la renta debemos entender a la familia como un todo en lugar de pensar en las jóvenes como agentes independientes. Trabajo de este tipo se está empezando a hacer con fines cuantitativos basados, al menos en parte, en la contribución de Becker (1991).

Aiyagari, Greenwood, y Güner (2000) construyen un modelo donde los agentes difieren en el sexo, y escogen si casarse o seguir soltero, y cuanto invertir en los hijos. En este modelo los hijos se benefician claramente de crecer en hogares con los dos padres presentes, y de padres con renta laboral alta. Ellos encuentran que las políticas que afectan la decisión de formar pareja tiene efectos dramáticos en la distribución de la renta. Transferencias de los padres divorciados a las madres generan menos desigualdad que ciertos subsidios a las madres solteras. Knowles (1998) construye un modelo con fertilidad endógena y con un trade-off entre cantidad y calidad de los hijos a la Becker y Tomes (1976), donde los padres invierten en sus. Knowles se pregunta por las implicaciones redistributivas de transferencias monetarias a los más pobres versus subsidios a la educación. Knowles descubre que estos últimos subsidios son más efectivos para reducir la pobreza.

Regalia y Ríos-Rull (1998) construye un modelo con status familiar y fertilidad endógeno donde los padres invierten en la educación de los hijos. Intenta explicar el porque ha habido un incremento enorme en la fracción de mujeres que permanecen solteras mientras que (en EE.U.U.) no ha bajado la fertilidad. El estudio encuentra que se debe fundamentalmente al aumento de los salarios de las mujeres (no es obvio, el efecto puede ir en cualquier dirección). En este trabajo además se comprueba como solamente la inversión escolar de los padres genera una correlación entre la renta de padres e hijos de .2 (.4 en los datos). Esto sin transmisión genética ni efectos de los compañeros (peer effects). La subida de los salarios, especialmente de las mujeres, tiene el efecto de reducir la inversión en educación. Greenwood, Guner, y Knowles (1999) también están trabajando con modelos donde los agentes escogen su estado civil y su fertilidad. Lo usan para dar cuenta de la distribución conjunta de salarios y estado civil. También se preocupan de las correlaciones entre generaciones.

Recientemente en España varios investigadores se han lanzado a intentar entender fenómenos económicos donde la estructura familiar juega un papel muy importante. Así, Echevarría y Merlo (1995) usa un modelo de negociación bilateral dentro del hogar para entender las diferencias entre los salarios y la educación entre hombres y mujeres. Los padres invierten cantidades de recursos distintas en los niños y las niñas. Sanchez-Marcos (2001) está investigando las implicaciones de cambios en los costes de divorcio y de la tasa de retorno de la experiencia de las mujeres para ver porque son estas y no los hombres quienes más han aumentado su nivel educativo en los últimos años. Diaz y Guillo (1999) y Fogli (1999) (ésta última desde EE.UU.) utilizan modelos explícitos de la unidad familiar para intentar entender el enorme volumen de paro de España (e Italia). Rojas (1999) estudia la interacción entre educación y y fertilidad para ver las implicaciones presupuestarias de subvenciones a la educación.

Después de este breve repaso por ciertos trabajos sobre la desigualdad, deberé decir algunas cosas sobre por donde pienso que seguiré este tipo de trabajos. Primero dejenme señalar que un par de desarrollos técnicos serían muy bienvenidos. Estos desarrollos serían para resolver problemas no convexos. Algunos de ellos envuelven simultáneamente variables continuas y discretas como aceptar o rechazar un trabajo y ahorrar, o convertirse en empresario o no y ahorrar, divorciarse y acumular capital humano. Otros son problemas de rendimientos crecientes locales del ahorro que aparecen en contextos como la compra de una casa, o la formación de una familia. Actualmente este tipo de problema se soluciona discretizando el espacio de los estados lo que limita dramáticamente la complejidad de los problemas que se pueden solucionar con garantías y obliga a usar modelos demasiado simples.

Pero, yo creo que el progreso en este campo, pasa simplemente por más de lo mismo. Esto es modelos explícitos de toma de decisiones de los factores fundamentales que afectan a la vida de los ciudadanos. Los más prometedores puede que sean los modelos de familias que nos pueden llevar a entender importantes propiedades de la sociedad actual, como por ejemplo la situación de la fertilidad.

## Notes

<sup>1</sup>Dependiendo del contexto, me referiré a la renta laboral como salarios o como renta. La expresión concreta que use dependerá de si quiero resaltar tanto el hecho de que las personas, al decidir cuantas horas trabajan, están parcialmente determinando su renta laboral, como el hecho de que la mayor parte de las rentas del trabajo, pero no todas ni mucho menos, se obtienen trabajando por cuenta ajena. Si no es importante resaltar las horas trabajadas, o de que a veces la iniciativa empresarial es fruto del trabajo de los empresarios usaré el término salarios, en caso contrario usaré rentas laborales.

<sup>2</sup>Piketty (1995) en un excelente artículo modeló explícitamente diferentes convicciones políticas como diferentes ideas sobre el origen de la desigualdad en la renta. Así las izquierdas atribuyen un papel relativamente más importante a la suerte que al esfuerzo individual, mientras que para las derechas es lo contrario.

<sup>3</sup>En España las cosas no son tan sencillas. Hay trabajos excelentes (Calonge y Rodriguez (1998) y Calonge y Manresa (1997)) para medir la redistribución que hace el sector público. (Ruiz-Castillo y Cardelus (1995) ) y sus colaboradores han estado usando de forma creativa las fuentes de la Encuesta de Presupuestos Familiares para medir la desigualdad.

<sup>4</sup>De hecho, esto no es del todo cierto. Lo sería si todos los hogares escogiesen el mismo tipo de portafolio y no lo hacen. Véase Guiso, Haliassos, y Jappelli (2000).

<sup>5</sup>De hecho, el índice de Gini es la mitad del área delimitada por la curva de Lorenz y por la diagonal.

<sup>6</sup>Véase Díaz-Gimenez, Quadrini, y Ríos-Rull (1997) para una descripción detallada de las definiciones de renta laboral y riqueza usadas así como de otros detalles de la construcción de este y de otros estadísticos usados en esta sección. Aquí solo quisiera resaltar que la renta laboral imputa una parte de la renta de los empresarios al trabajo y que la riqueza incluye bienes tales como coches y embarcaciones de recreo pero no mobiliario corriente.

<sup>7</sup>En ésta tabla es interesante notar que hay un índice de Gini mayor que 1. La razón es que hay unos cuantos hogares con riqueza negativa lo que hace que la curva de Lorenz cruce el eje de abscisas y el área bajo su curva puede ser negativo.

<sup>8</sup>Los resultados de ésta sección son de Chatterjee (1994). Recientemente, Caselli y Ventura (1996) han revisado la misma cuestión.

<sup>9</sup>Chatterjee (1994) describe estas propiedades con más detalle: no sólo da condiciones suficientes en preferencias para que las propiedades descritas sean estrictamente ciertas fuera del estado estacionario, sino que también describe como para clases más generales de preferencias bajo las cuales los cambios en la distribución son mínimos fuera del estado estacionario. Más aún Chatterjee (1994) demuestra que estos resultados también se mantienen si consideramos el ocio como argumento explícito de la función de utilidad.

<sup>10</sup>Por ejemplo para medir la contribución impositiva de cada grupo de renta como hacen los autores.

<sup>11</sup>La maximización sobre horizonte infinito que normalmente se atribuye a Bellman (1957).

<sup>12</sup>La razón es sencilla, cuando el tipo de interés es bajo significa que si planeamos consumir la misma cantidad hoy y mañana, es mejor aumentar un poco la de hoy porque el interés que nos da el esperar es inferior a la impaciencia que tenemos. Sin embargo, en este mundo hay incertidumbre y por la convexidad de la primera derivada de la función de utilidad (lo que ocurre en la mayoría de funciones de utilidad que se usan en trabajo empírico), la esperanza de la utilidad marginal es mayor que la utilidad marginal de la esperanza. Por tanto para que en media el consumo no crezca lo que es requerido es precisamente que  $1 + r < \beta^{-1}$ .

<sup>13</sup>En economías con ocio en la función de utilidad la restricción de solvencia podría requerir que los agentes trabajasen todo el tiempo que tienen disponible en algunos estados de la naturaleza si sus activos son la cota inferior.

<sup>14</sup>Véase Hopenhayn y Prescott (1992) y Huggett (1993) sobre este tema.

<sup>15</sup>Esto no nos da un equilibrio con expectativas racionales ya que los agentes se están comportando como si los precios fuesen siempre constantes, los implicados por la relación capital trabajo  $k$ .

<sup>16</sup>Un tipo de matrices  $\Gamma$  que no cumple esa condición son las que se componen de bloques en la diagonal que hace que haya shocks o características que los agentes que las tienen no las pierden nunca.

<sup>17</sup>En Ríos-Rull (1995) y Ríos-Rull (1998) se describen muchos de los métodos que usamos para computar equilibrios de economías con muchos agentes.

<sup>18</sup>Después Aiyagari (1994) aproxima el proceso con una cadena de Markov de siete estados siguiendo los métodos descritos en Tauchen (1986).

<sup>19</sup>La distribución estacionaria es aquella que cuando se ve afectada por una matriz de transición se repite.

<sup>20</sup>De hecho, lo que hace se llama técnicamente *Top Coding* y consiste en categorizar a todos los hogares con renta por encima de un cierto valor, no muy alto por otra parte, como si tuvieran ese valor exactamente.

<sup>21</sup>Gouveia y Strauss (1994) miden la progresividad del sistema impositivo en EE.UU. y la encuentran moderadamente progresiva. Calonge y Manresa (1997) estudian la progresividad efectiva del sistema español y encuentran que es pequeña y que el rol redistributivo del sector público es más importante por el lado del gasto.

<sup>22</sup>Lo que las ha inducido a trabajar más, acumular más experiencia y reducir las diferencias salariales (Olivetti (2000)).

## References

- Abowd, J. M. y D. Card (1987). Intertemporal labor supply and long term employment contracts. *American Economic Review* 77, 50–68.
- Abowd, J. M. y D. Card (1989). On the covariance structure of earnings and hours changes. *Econometrica* 57(2), 411–45.
- Aiyagari, S. R. (1994). Uninsured idiosyncratic risk, and aggregate saving. *Quarterly Journal of Economics* 109, 659–684.
- Aiyagari, S. R., J. Greenwood, y N. Güner (2000). On the state of the union. *Journal of Political Economy* 108(2), 213–244.
- Aumann, R. J. (1964). Markets with a continuum of traders. *Econometrica* 32, 39:50.
- Becker, G. S. (1991). *A Treatise on the Family*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Becker, G. S. y N. Tomes (1976). Child endowments and the quantity and quality of children. *Journal of Political Economy* 84, 143–62.
- Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Boldrin, M. y L. Montrucchio (1986). On the indeterminacy of capital accumulation paths. *Journal of Economic Theory* 40, 26–36.
- Calonge, S. y A. Manresa (1997). Consecuencias redistributivas del estado del bienestar en españa: Un analisis empirico desagregado. *Moneda y Crédito* 0(204), 13–51.
- Calonge, S. y M. Rodriguez (1998). Consecuencias distributivas y de equidad de las politicas de gasto y financiacion de la sanidad. *Papeles de Economía Española* 76(2259-72).
- Cañada-Vicinay, J. y I. Ramirez-Medina (1999). Quantity and quality of children: the effects of family structure and the break-down of matrimony on the education and labor paths of daughters and sons. TSER/STT Working Paper 13/99.
- Caselli, F. y J. Ventura (1996). A representative consumer theory of distribution. Working paper, University of Chicago.



- Castañeda, A., J. Díaz-Giménez, y J.-V. Ríos-Rull (1998a, August). Exploring the income distribution business cycle dynamics. *Journal of Monetary Economics* 42(1).
- Castañeda, A., J. Díaz-Giménez, y J. V. Ríos-Rull (1998b). A general equilibrium analysis of progressive income taxation: Quantifying the trade-offs. Mimeo, University of Pennsylvania.
- Castañeda, A., J. Díaz-Giménez, y J. V. Ríos-Rull (2000). Accounting for earnings and wealth inequality. Mimeo, University of Pennsylvania.
- Chatterjee, S. (1994). Transitional dynamics and the distribution of wealth in a neoclassical growth model. *Journal of Public Economics* 54(1), 97–119.
- Conesa, J. C. y D. Krueger (2000). Optimal progressivity of the income tax code. Mimeo, CRES, Universidad de Barcelona.
- De Nardi, M. (1999). Wealth inequality, intergenerational links and estate taxation. Mimeo.
- Debreu, G. (1974). Excess demand functions. *Journal of Mathematical Economics*.
- Díaz, A. y M. Guillo (1999). Family ties as insurance mechanism and unemployment. Mimeo.
- Díaz, A., J. Pijoan-Mas, y J.-V. Ríos-Rull (2000). Habit formation: Implications for the wealth distribution. Mimeo University of Pennsylvania.
- Díaz-Gimenez, J., V. Quadrini, y J.-V. Ríos-Rull (1997, Spring). Dimensions of inequality: Facts on the U.S. distribution of earnings, income and wealth. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 21, 3–21.
- Domeij, D. y P. Klein (2000). Accounting for swedish wealth inequality. Mimeo.
- Echevarría, C. y A. Merlo (1995). Gender differences in education in a dynamic household bargaining model. Mimeo.
- Erosa, A. y G. Ventura (1999). Inflation, heterogeneity, and costly credit: How regressive is the inflation tax? Mimeo, UWO.
- Fogli, A. (1999). Endogenous labor market rigidities and family ties. Mimeo.

- Fullerton, D. y D. L. Rogers (1993). *Who Bears the Lifetime Tax Burden*. Washington: The Brookings Institution.
- Gouveia, M. y R. P. Strauss (1994, June). Effective federal individual income tax functions: An exploratory empirical analysis. *National Tax Journal* 47(2), 317–39.
- Greenwood, J., N. Guner, y J. Knowles (1999). Marriage and wages. Mimeo.
- Guiso, L., M. Haliassos, y T. Jappelli (2000). *Household Portfolios*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Heathcote, J. (1998). *Fiscal Policy with Heterogenous Agents and Incomplete Markets*. Ph. D. thesis, University of Pennsylvania.
- Hopenhayn, H. y E. C. Prescott (1992). Stochastic monotonicity and stationary distributions for dynamic economies. *Econometrica* 60, 1387–1406.
- Hubbard, G., J. Skinner, y S. Zeldes (1995). Precautionary savings and social insurance. *Journal of Political Economy* (366-99).
- Huggett, M. (1993). The risk free rate in heterogeneous-agents, incomplete insurance economies. *Journal of Economic Dynamics and Control* 17(5/6), 953–970.
- Huggett, M. (1996, December). Wealth distribution in life-cycle economies. *Journal of Monetary Economics* 38(3), 469–494.
- İmrohoroğlu, A. (1989). The cost of business cycles with indivisibilities and liquidity constraints. *Journal of Political Economy* 97(6), 1364–83.
- Judd, K. L. (1985). The law of large numbers with a continuum of iid random variables. *Journal of Economic Theory* 35(1), 19–25.
- Keane, M. y K. Wolpin (1997). The career decisions of young men. *Journal of Political Economy* 105(3), 473–522.
- Knowles, J. (1998). Can parental decisions explain U.S. income inequality? Unpublished Manuscript, University of Rochester.
- Krusell, P., L. Ohanian, J.-V. Rios-Rull, y G. Violante (2000, September). Capital-skill complementarity and inequality. *Econometrica* 68(5), 1029–1054.

- Krusell, P. y A. Smith (1997). Income and wealth heterogeneity, portfolio choice, and equilibrium asset returns. *Macroeconomic Dynamics* 1(2), 387–422.
- Krusell, P. y A. Smith (1998). Income and wealth heterogeneity in the macroeconomy. *Journal of Political Economy* 106, 867–896.
- Kydland, F. E. (1984). Labor-force heterogeneity and the business cycle. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 21, 173–209.
- Lucas, R. E. (1987). *Models of Business Cycles*. New York: Blackwell.
- Mantel, R. R. (1974). On the characterization of aggregate excess demand. *Journal of Economic Theory* 7(3), 348–353.
- Manuelli, R. (1985). A note on the behavior of the solutions to dynamic stochastic models. Unpublished manuscript, Stanford University.
- Mas-Colell, A., D. McFadden, R. Mantel, y M. Richter (1974). A characterization of community excess demand functions. *Journal of Economic Theory* 9(4).
- McLanahan, S. y G. Sandefur (1994). *Growing up with a Single Parent: What Hurts and What Helps*. Cambridge and London: Harvard University Press.
- Neal, D. y W. R. Johnson (1996). The role of pre-market factors in black-white wage differences. *Journal of Political Economy* 104(5), 869–895.
- Olivetti, C. (2000). Changes in women’s labor force participation: The effect of changing returns to experience. Mimeo, University of Pennsylvania.
- Piketty, T. (1995). Social mobility and redistributive politics. *Quarterly Journal of Economics* 110(3), 551–584.
- Prescott, E. C. y R. Mehra (1980). Recursive competitive equilibrium: the case of homogeneous households. *Econometrica* 48(6), 1356–79.
- Quadrini, V. (1997). Entrepreneurship, saving and social mobility. Institute for Empirical Macroeconomics, Discussion Paper # 116.
- Quadrini, V. y J.-V. Ríos-Rull (1997, Spring). Understanding the U.S. distribution of wealth. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 21, 22–36.

- Regalia, F. y J.-V. Ríos-Rull (1998). What accounts for the increase in single households and for the properties of fertility? Mimeo, University of Pennsylvania.
- Ríos-Rull, J.-V. (1995). Models with heterogenous agents. In T. F. Cooley (Ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Chapter 4. Princeton: Princeton University Press.
- Ríos-Rull, J.-V. (1996). Life cycle economies and aggregate fluctuations. *Review of Economic Studies* 63, 465–490.
- Ríos-Rull, J.-V. (1998). Computing equilibria in models with heterogenous agents. In R. Marimon y A. Scott (Eds.), *Computational Methods for the Study of Dynamic Economics*, Chapter 9. Oxford University Press.
- Rojas, J. (1999). On the interaction between education and social security. Mimeo.
- Ruiz-Castillo, J. y M. Cardelus (1995). Ingresos, ahorro y características personales encuesta de presupuestos familiares 1990-1991 (ine). Mimeo.
- Sanchez-Marcos, V. (2001). What accounts for the increase of women college attendance. Mimeo, Universidad Carlos III.
- Sonnenschein, H. (1973). Do walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions? *Journal of Economic Theory* 6(4), 345–54.
- Stokey, N. L. y E. C. Lucas, R. E. with Prescott (1989). *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press.
- Storesletten, K., C. Telmer, y A. Yaron (1998). The risk sharing implications of alternative social security arrangements. Mimeo, University of Pennsylvania.
- Tauchen, G. (1986). Finite state Markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions. *Economics Letters*.
- Uhlig, H. (1996, June). A law of large numbers for large economies. *Economic Theory* 8(1), 41–50.
- Vind, K. (1964). Edgeworth allocations in an exchange economy with many traders. *International Economic Review* 5(2), 165:77.

Porcentaje de Hogares ordenados de menos a más	Renta Laboral	Riqueza
0-1	-0.40	-0.52
1-5	0.00	-0.02
5-10	0.00	0.01
0-20	-0.40	-0.39
20-40	3.19	1.74
40-60	12.49	5.72
60-80	23.33	13.43
80-100	61.39	79.49
90-95	12.38	12.62
95-99	16.37	23.95
99-100	14.76	29.55

Table 1: **Porcentaje de la renta y la riqueza totales en manos de grupos de hogares en EE.UU.** Los hogares en cada grupo difieren entre las dos variables ya que el orden no es el mismo. Fuente: Díaz-Gimenez, Quadri, y Ríos-Rull (1997)

<i>Edad</i>	<i>Renta Laboral</i>		<i>Riqueza</i>	
	<i>Media</i>	<i>Gini</i>	<i>Riqueza</i>	<i>Gini</i>
<i>-25</i>	16,210	0.528	26,206	0.808
<i>26-30</i>	30,027	0.410	35,732	0.734
<i>31-35</i>	39,165	0.466	76,060	0.755
<i>36-40</i>	47,123	0.542	102,234	0.719
<i>41-45</i>	48,367	0.506	187,820	0.753
<i>46-50</i>	52,301	0.473	254,922	0.753
<i>51-55</i>	49,207	0.509	299,256	0.755
<i>56-60</i>	43,352	0.613	357,254	0.751
<i>61-65</i>	29,722	0.793	300,240	0.744
<i>66+</i>	4,927	1.032	251,850	0.725
<i>Total</i>	33,082	-	184,308	-

Table 2: Media e índice de Gini de la renta laboral y de la riqueza por edades en dolares de 1992.

Fuente: Díaz-Gimenez, Quadrini, y Ríos-Rull (1997)

Quintil	Renta Laboral	Riqueza
Primero	0.86	0.67
Segundo	0.41	0.47
Tercero	0.47	0.45
Cuarto	0.46	0.50
Quinto	0.66	0.71

Table 3: Movilidad de la renta y de la riqueza (1984–89).  
Fracción de hogares que después de 5 años se mantienen en el mismo quintil.  
Fuente: Díaz-Gimenez, Quadri, y Ríos-Rull (1997).

Tipo de Familia	Renta	Riqueza	Tamaño*
Casados	46,580	249,398	3.09
Solteros sin Dependientes	15,308	113,063	1.00
Solteros con Dependientes	13,653	51,426	2.90
Mujeres Solteras sin Dependientes	10,984	103,899	1.00
Mujeres Solteras con Dependientes	11,991	43,790	2.96
Total	33,074	184,308	2.41

Table 4: **Rentas Laborales Y Riqueza Medias por Tipo Familiar (1992 EE.UU.\$).**

\*Número medio de personas en el hogar.

Fuente: Díaz-Gimenez, Quadrini, y Ríos-Rull (1997).



Figure 1: **Curvas de Lorenz: Rentas laborales y Riqueza en EE.UU.**

Figure 2: Curvas de Lorenz de la riqueza: EE.UU. y Aiyagari (1994)

Figure 3: **Curvas de Lorenz de las Rentas Laborales : EE.UU. y Aiyagari (1994)**

Figure 4: **Curvas de Lorenz de las Rentas Laborales: EE.UU. y otra muy variable**

Figure 5: **Curvas de Lorenz de la Riqueza: EE.UU. y la economía con rentas laborales muy variables**